Řešení ODR

v Matlabu

25. října 2019

Řešení v MATLABu: symbolické proměnné

MATLAB umožňuje řešit **některé** diferenciální rovnice analyticky **v symbolických proměnných** a někdy najde rozumné řešení.

dsolve (...) - řeší obyčejné diferenciální rovnice.

Parametry **dsolve**:

1. *diferenciální rovnice*, "D" má význam "derivace", "D2" má význam "2. derivace",
2. *počáteční podmínka (podmínky)*
3. *nezávisle proměnná, ve které je vyjádřeno řešení*

Implicitně se předpokládá, že nezávisle proměnná je `t`.
To lze změnit, uvedením jiné proměnné jako posledního parametru (v apostrofech).

Výsledek: Výraz v symbolických proměnných.

- Do symbolické proměnné lze dosadit: subs()
- Číselnou hodnotu získáme: double()

Použití `dsolve`

- Příklad: $y' = -3x$,
  - **obecné řešení** získáme:

```
obecne = dsolve('Dy = -3*x','x')
```

    1. parametr: `'Dy = -3*x'` je rovnice,
    2. parametr: `'x'` udává nezávisle proměnnou.
    výsledek: `obecne = C2 - (3*x^2)/2`
  - **Cauchyova úloha:**
    k diferenciální rovnici zadáme počáteční podmínku : $y(1) = 2$

```
reseniCU = dsolve('Dy = -3*x' , 'y(1)=2' , 'x' )
```

    1. parametr: `'Dy = -3*x'` je rovnice,
    2. parametr: `'y(1)=2'` zadává počáteční podmínku,
    3. parametr: `'x'` udává nezávisle proměnnou.
    výsledek: `reseniCU = 7/2 - (3*x^2)/2`

POZOR! f(x,y) zapisujeme jako výraz ... podle všech pravidel

Příklad: Chladnutí kávy

V kuchyni je teplota $T_0 = 20^\circ$. Za jak dlouho se právě zalitá vroucí káva ochladí na teplotu $T_2 = 50^\circ$?

Rychlost ochlazování tělesa na vzduchu (tj. změna teploty v čase) je přímo úměrná rozdílu teploty tělesa a vzduchu.

Označíme:

čas: t, teplotu v čase t: $T(t)$,

rychlost ochlazování v čase : $\dfrac{dT}{dt}$, konstantu úměrnosti k.

Experimentálně zjištěná konstanta $k = 0.04$

Proces změny teploty v čase popisuje obyčejná diferenciální rovnice:

$$\frac{dT}{dt} = -k \cdot (T - T_0)\,, \quad T(0) = 100, \quad T(?) = 50 \quad k = 0.04$$

Řešení rovnice lze určit separací proměnných.

Řešením je funkce $T(t)$, která popisuje proces změny teploty v čase.

$$T(t) = T_0 + Ce^{-kt}, \quad C = T(0) - T_0 = 80, \quad T(24,5) = 50$$

Příklad Chladnutí kávy s pomocí `dsolve()`

Rovnice a počáteční podmínka :

$$\frac{dT}{dt} = -k(T - Tokoli), T(t0) = T0$$

Konstanty: `Tokoli = 20; T0 = 100; t0 = 0 k = 0.04;`

```
obecne_reseni = dsolve('DT=-0.04*(T - 20)')

reseni_CU =  dsolve('DT=-0.04*(T - 20)','T(0)=100')

% Co bude v case t=20?
v_case_t = double(subs(reseni_CU,20))

% Za jaky cas bude T=50?
za_jak_dlouho = solve(50==reseni_CU)

odpoved = double(za_jak_dlouho)

fplot(reseni_CU,[t0 odpoved])   %graf řešení
```