

Rozdělení zadání

přezdívká	číslo příkladu
STROJAŘKA	1
MARCIPÁN	2
MOTORKÁŘ	3
Peťan	4
PAKLÍČ	5
Anonym	6
ČMOUD	7
BOURÁK	8
TEDSON	9

Ostatní mohou řešit úlohu (úlohy) dle vlastního výběru. Odevzdané úlohy budou opraveny.

Varianty zadání.

Příklad 1. Je dána lineární soustava

$$\dot{X} = \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ -4 & 2 \end{pmatrix} X, \quad X(0) = \begin{pmatrix} 6 \\ 12 \end{pmatrix}.$$

1. Určete fundamentální systém řešení a napište obecné řešení soustavy.
2. Určete maximální řešení Cauchyovy úlohy při zadané počáteční podmínce.
3. Ukažte, že soustava má jeden bod rovnováhy a určete jeho typ. Zapište rovnice přímek, na nichž leží polopřímkové fázové trajektorie.

Příklad 2.

1. Určete obecné řešení nehomogenní soustavy $\dot{X} = AX + B$

$$\dot{X} = \begin{pmatrix} 6 & 9 \\ 1 & 6 \end{pmatrix} X + \begin{pmatrix} 15 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

2. Určete řešení, které vyhovuje počáteční podmínce $X(0) = (-7/2, 0)^T$
3. Určete souřadnice bodu rovnováhy a jeho typ. Znázorněte fázové trajektorie maximálního řešení v okolí bodu $[-7/2, 0]$ a polopřímkové trajektorie (pokud existují) ve fázové rovině (včetně orientace).

Příklad 3. Je dána lineární soustava

$$\dot{X} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -4 & -2 \end{pmatrix} X, \quad X(0) = \begin{pmatrix} 0 \\ 5 \end{pmatrix}.$$

1. Určete fundamentální systém řešení a napište obecné řešení soustavy.
2. Určete maximální řešení Cauchyovy úlohy při zadané počáteční podmínce.
3. Ukažte, že soustava má jeden bod rovnováhy a určete jeho typ. Zapište rovnice přímek, na nichž leží polopřímkové fázové trajektorie (pokud existují). Znázorněte fázovou trajektorii maximálního řešení v okolí bodu $[0, 5]$ a polopřímkové trajektorie (pokud existují) ve fázové rovině (včetně orientace).

Příklad 4. Je dána Cauchyova úloha

$$\dot{X} = \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ -4 & 2 \end{pmatrix} X + \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}, \quad X(0) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

1. Určete fundamentální systém řešení a napište obecné řešení soustavy.
2. Určete maximální řešení Cauchyovy úlohy při zadané počáteční podmínce.
3. Ukažte, že soustava má jeden bod rovnováhy a určete jeho souřadnice a typ.

Příklad 5. Je dána lineární soustava

$$\dot{X} = \begin{pmatrix} -2 & 5 \\ -4 & 2 \end{pmatrix} X, \quad X(0) = \begin{pmatrix} 5 \\ 6 \end{pmatrix}.$$

1. Určete fundamentální systém řešení a napište obecné řešení soustavy.
2. Určete maximální řešení Cauchyovy úlohy při zadané počáteční podmínce.
3. Ukažte, že soustava má jeden bod rovnováhy a určete jeho typ. Zapište rovnice přímk, na nichž leží polopřímkové fázové trajektorie (pokud existují) a znázorněte fázovou trajektorii řešení v okolí bodu [5, 6] (včetně orientace).

Příklad 6. Je dána lineární soustava

$$\dot{X} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} X, \quad X(0) = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

1. Určete fundamentální systém řešení a napište obecné řešení soustavy.
2. Určete maximální řešení Cauchyovy úlohy při zadané počáteční podmínce.
3. Ukažte, že soustava má jeden bod rovnováhy a určete jeho typ.

Příklad 7. Je dána soustava diferenciálních rovnic

$$\dot{X} = \begin{pmatrix} -4 & 2 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} X, \quad X(0) = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

1. Určete fundamentální systém řešení a napište obecné řešení soustavy.
2. Určete maximální řešení Cauchyovy úlohy při zadané počáteční podmínce.
3. Ukažte, že soustava má jeden bod rovnováhy a určete jeho typ.
Určete tečný vektor $\vec{\tau}$ fázové trajektorie maximálního řešení v bodě [2, 2] a načrtněte část trajektorie maximálního řešení v okolí tohoto bodu.

Příklad 8. Je dána soustava diferenciálních rovnic

$$\dot{X} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 4 & -2 \end{pmatrix} X, \quad X(0) = \begin{pmatrix} 0 \\ 5 \end{pmatrix}.$$

1. Určete fundamentální systém řešení a napište obecné řešení soustavy.
2. Určete maximální řešení Cauchyovy úlohy při zadané počáteční podmínce.
3. Ukažte, že soustava má jeden bod rovnováhy a určete jeho typ.
Zapište rovnice přímk, na nichž leží polopřímkové fázové trajektorie (pokud existují). Znázorněte ve fázové rovině polopřímkové fázové trajektorie a fázovou trajektorii maximálního řešení v okolí bodu [0, 5] (včetně orientace).

Příklad 9. Je dána Cauchyova úloha

$$\dot{X} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} X + \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad X(0) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

1. Určete fundamentální systém řešení a napište obecné řešení soustavy.
2. Určete maximální řešení Cauchyovy úlohy při zadané počáteční podmínce.
3. Ukažte, že soustava má jeden bod rovnováhy a určete jeho souřadnice a typ.