

Zadání

Je zadaná (viz rozdělení zadání) rovnice:

$$a_{11}x^2 + a_{22}y^2 + 2a_{12}xy + 2a_{13}x + 2a_{23}y + a_{33} = 0,$$

kde a_{ij} jsou reálná čísla, $i, j = 1, 2, 3$ a $(a_{11}, a_{12}, a_{22}) \neq (0, 0, 0)$.

1. Zapište matice: $\mathcal{K} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{12} & a_{22} & a_{23} \\ a_{13} & a_{23} & a_{33} \end{pmatrix}$, $\mathcal{M} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{12} & a_{22} \end{pmatrix}$.

2. Ověřte, že vynásobením $(x \ y \ 1) \underbrace{\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{12} & a_{22} & a_{23} \\ a_{13} & a_{23} & a_{33} \end{pmatrix}}_{\mathcal{K}} \begin{pmatrix} x \\ y \\ 1 \end{pmatrix} = 0$ dostanete zadanou rovnici.

3. Určete determinanty $\Delta = \det(\mathcal{K})$, $\delta = \det(\mathcal{M})$.

4. Určete vlastní čísla (λ_1, λ_2) matice \mathcal{M} .

5. Sestavte matici $\mathcal{A} = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\Delta}{\delta} \end{pmatrix}$ a zapište výsledek násobení $(x' \ y' \ 1) \underbrace{\begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\Delta}{\delta} \end{pmatrix}}_{\mathcal{A}} \begin{pmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{pmatrix} = 0$

Určete, jaká množina bodů vyhovuje takové rovnici (elipsa, hyperbola, 2 různoběžky, jediný bod, prázdná množina).

6. Určete **jednotkové** vlastní vektory:

$\vec{u} = (u_x, u_y)$ odpovídající λ_1 a $\vec{v} = (v_x, v_y)$ odpovídající λ_2 . Ověřte, že jsou kolmé.

7. Určete řešení $S = (s_x, s_y)$ soustavy rovnic $\mathcal{M}S = (-a_{13}, -a_{23})^T$.

8. Rozepište rovnice transformace souřadnic po složkách: $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_x & v_x \\ u_y & v_y \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} s_x \\ s_y \end{pmatrix}$
a vyádřete $\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$.

9. Sestavte matici $\mathcal{P} = \begin{pmatrix} u_x & u_y & 0 \\ v_x & v_y & 0 \\ s_x & s_y & 1 \end{pmatrix}$ a vynásobte $\mathcal{P}\mathcal{K}\mathcal{P}^T$. Vyšla matice \mathcal{A} ?

10. Načrtněte množinu bodů, které vyhovují rovnici z bodu 5.

Varianty zadání (skupiny C8,C9: út.od 16, čt. od 12:30)

1. VOJTA: $3x^2 - 2xy + 4x + 3y^2 + 4y - 4 = 0$
2. OMAR: $6xy - 26y - 12x + 8y^2 + 11 = 0$
3. BADY: $x^2 + 2xy + 2x + 2y^2 + 2y + 1 = 0$
4. BUMBI: $5x^2 + 4xy - 18x + 2y^2 - 12y + 15 = 0$
5. ČAPY: $3x^2 - 2x - 2y^2 - 5y + 5 = 0$
6. DANA: $x^2 - 12xy + 12x - 4y^2 + 6y + 1 = 0$
7. JENS: $x^2 + 2xy + 2x + 2y^2 - 2y + 6 = 0$
8. anonym: $3x^2 + xy - 8x - 2y^2 + 7y - 3 = 0$
9. PTÁČEK: $x^2 + 3x - y^2 + y + 2 = 0$
10. GRZNY: $3x^2 - 2xy + 4x + 3y^2 + 4y - 4 = 0$
11. KYŠÁK: $4x^2 + 6xy - 32x - 4y^2 + 26y + 89 = 0$
12. HERZOG: $6x^2 - xy + 5x - 2y^2 + 6y - 4 = 0$
13. GÓVA: $3x^2 + 7xy + 4x + 5y^2 + 5y + 1 = 0$
14. SÝR: $x^2 - yx + 1 = 0$
15. BUBLANINA: $5x^2 + 2xy + y^2 - 5 = 0$
16. VAŠEK: $3x^2 - 2xy - 4x + 2y^2 - 2y + 3 = 0$
17. HANHART: $3x^2 + 5xy - 8x + y^2 - 11y - 7 = 0$
18. ŠUNKA: $x^2 + 3x - y^2 + y + 2 = 0$
19. SKŘIVÁNEK: $3x^2 + 4xy - 7x + 5y^2 - 8y - 3 = 0$
20. OVCE: $x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 - 6y + 3 = 0$
21. MAHOJAKOTYČ: $7y - 5x - xy + y^2 + 10 = 0$
22. HANZLOSKOT: $x^2 + xy + 2x + y^2 + 3y - 3 = 0$
23. LIŠOŇ: $2x + 3y - 2xy + x^2 - 5 = 0$
24. JOHNNY: $21x^2 + xy - 10y^2 = 0$
25. LAMA: $x^2 - 2xy + 2y^2 - 1 = 0$
26. JEPŤA: $x^2 - 4xy - 2x + y^2 + 6y - 3 = 0$,
27. PAPÍR: $2x^2 - 6xy - 2x + 5y^2 + 2y + 1 = 0$
28. PIKY: $x^2 + 2xy + 2x + 2y^2 - 2y + 9 = 0$
29. ANONYM2: $x^2 - 4xy + 4x - y^2 + 1 = 0$

30. PODOLÍ: $2xy - y - 3x + 2x^2 + 1 = 0$
31. RUDOLF123: $3x^2 - 2xy + 4x + 3y^2 + 4y - 4 = 0$
32. RR: $3x^2 + 2xy - 3x - y^2 + 2y - 1 = 0$
33. M4RT1N: $2x^2 - xy - x - 3y^2 + 4y - 1 = 0$
34. THESMUDY: $2x^2 + 4xy - 6x + 5y^2 = 0$
35. VWT3: $x^2 + 2xy + 6x - y^2 = 0$
36. ŠEMA: $x^2 + 2xy + 2x + 2y^2 + 2y + 1 = 0$
37. DEJV: $x^2 + xy + 2x + y^2 + 2y + 2 = 0$
38. ŠTIBLA: $2x^2 - 4xy - 2x + y^2 + 6y - 3 = 0$
39. MATY: $3x^2 + 5xy - 2x - 2y^2 + 3y - 1 = 0$
40. SERŽA: $2x^2 + 2xy + 2x - y^2 - 2y = 0$
41. SLUNÍČKO: $x^2 - 4xy + 4x - y^2 + 1 = 0$
42. ZRADISLAV: $2x^2 + 5xy + 3x - 3y^2 + 16 = 0$

Varianty zadání (skupina C20 út.od 17:30, čt. od 9)

1. KUBIS: $x^2 - 4xy + 4x - y^2 + 1 = 0$
2. ZAJDA: $3x^2 - 2xy + 4x + 3y^2 + 4y - 4 = 0$
3. PÍĎA: $6xy - 26y - 12x + 8y^2 + 11 = 0$
4. MATEJV: $x^2 + 2xy + 2x + 2y^2 + 2y + 1 = 0$
5. ANONYM4: $5x^2 + 4xy - 18x + 2y^2 - 12y + 15 = 0$
6. AGILNÍ: $3x^2 - 2x - 2y^2 - 5y + 5 = 0$
7. ANONYM3: $2x^2 - 12xy + 8x - 7y^2 + 6y = 0$
8. TORYN: $x^2 - 12xy + 12x - 4y^2 + 6y + 1 = 0$
9. SCHINDI: $x^2 + 2xy + 2x + 2y^2 - 2y + 6 = 0$
10. PIGGY: $x^2 + 26xy + 2x + y^2 + 2y + 2 = 0$
11. ANONYM2: $3x^2 + xy - 8x - 2y^2 + 7y - 3 = 0$
12. MARŠA: $3x^2 - 2xy + 4x + 3y^2 + 4y - 4 = 0$
13. ANONYM1: $4x - 4y + 4xy + 3y^2 - 8 = 0$
14. HONZA12345: $4x^2 + 6xy - 32x - 4y^2 + 26y + 89 = 0$
15. KULÍŠEK: $6x^2 - xy + 5x - 2y^2 + 6y - 4 = 0$

16. GDPR: $x^2 - 12xy - 4y^2 + 5 = 0$

17. LÁKUŠ: $x^2 + 3x - y^2 + y + 2 = 0$

18. KID: $3x^2 + 7xy + 4x + 5y^2 + 5y + 1 = 0$

19. ASRIJ: $x^2 - yx + 1 = 0$

20. FIJI: $3x^2 - 2xy - 4x + 2y^2 - 2y + 3 = 0$

21. KUBO: $5x^2 + 2xy + y^2 - 5 = 0$

22. STOUPA: $3x^2 + 5xy - 8x + y^2 - 11y - 7 = 0$

23. DECI: $x^2 + 3x - y^2 + y + 2 = 0$

24. FANTUŠ: $x^2 - 2xy - 4x - 3y^2 - 6y + 3 = 0$

25. Bogdan123456: $3x^2 + 4xy - 7x + 5y^2 - 8y - 3 = 0$