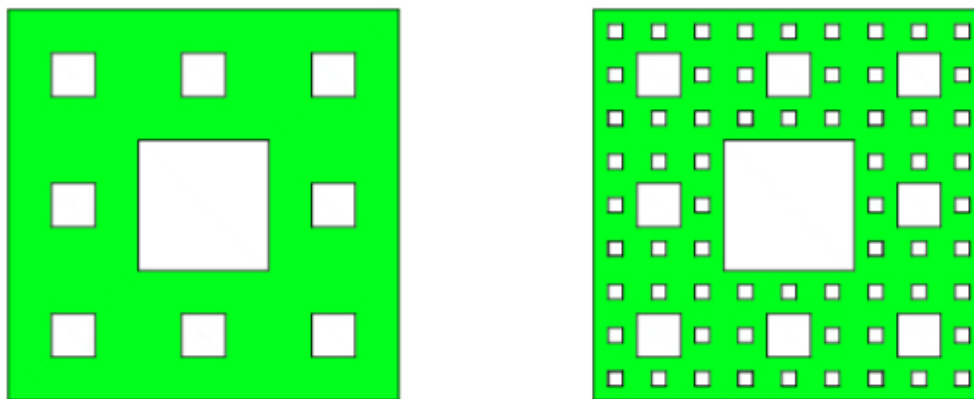


Příklad 1

Určete obsah následujícího obrazce (tzv. Sierpiňského koberec):

Jednotkový čtverec rozdělíme na devět shodných čtverců a odstraníme vnitřek prostředního čtverce. Každý ze zbývajících čtverců rozdělíme znovu na devět shodných čtverečků a znovu odstraníme v každém z nich jeho střední čtvereček (levý obrázek). Po třetím kroku takové operace dostaneme útvar zobrazený na pravém obrázku.



Když tuto operaci prodloužíme do nekonečna, dostaneme útvar, který se nazývá Sierpiňského koberec.

Jak na to? (hint)

Obsah jednotkového čtverce je roven jedné a od tohoto obsahu budeme odečítat obsah odstraněných čtverců. Označme a_n obsah odstraněných čtverců v n -té iteraci a P hledaný obsah Sierpiňského koberec.

V n -té iteraci odstraňujeme čtverce o straně $\left(\frac{1}{3}\right)^n$ a jejich počet v n -té iteraci je 8^{n-1} .

Pak tedy $a_n = 8^{n-1} \cdot \left(\frac{1}{9}\right)^n$. A dál to jde samo.

Příklad 2

Do čtverce o délce strany 2 je vepsán čtverec, jehož strany jsou spojnicemi středů stran daného čtverce.

Do vepsaného čtverce je stejným způsobem vepsán další čtverec atd.

Vypočítejte součet obvodů a součet obsahů všech takovýchto čtverců .