

Cvičení 13

Eliminační metoda řešení soustavy ODR 1. řádu.
Převod rovnice 2. řádu na soustavu 2 rovnic.

18.12.2019

Převod rovnice 2. řádu na soustavu 2 rovnic

$$\ddot{x} + p(t)\dot{x} + q(t)x = f(t)$$

převedeme na soustavu rovnic pomocí označení:

$$\begin{array}{l} x = x \\ y = \dot{x} \end{array}, \quad \text{zderivujeme} \quad \begin{array}{l} \dot{x} = y \\ \dot{y} = \ddot{x} = f(t) - q(t)x - p(t)y \end{array}$$

Příklady (Čipera kap. 3, 3.4, 6-11, kap.4, 4.4, 28-31)

př.31 $\ddot{x} - 9x + x^3 = 0$

substituce	soustava	$\dot{X} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 9 & 0 \end{pmatrix} X + \begin{pmatrix} 0 \\ -x^3 \end{pmatrix}, \quad \frac{dy}{dx} = \frac{9x - x^3}{y}$
$x = x$	$\dot{x} = y$	
$y = \dot{x}$	$\dot{y} = 9x - x^3$	

př.11 $\ddot{x} - \frac{2}{t^2}x = 0, \quad x(1) = 0, \quad \dot{x}(1) = 3$

substituce	soustava	$\dot{X} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ \frac{2}{t^2} & 0 \end{pmatrix} X, \quad X(1) = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \end{pmatrix}$
$x = x$	$\dot{x} = y$	
$y = \dot{x}$	$\dot{y} = \frac{2}{t^2}x$	

"náповěда": fundamentální systém řešení: $\varphi_1 = t^2, \varphi_2 = \frac{1}{t}$

$$X = C_1 \begin{pmatrix} \varphi_1 \\ \dot{\varphi}_1 \end{pmatrix} + C_2 \begin{pmatrix} \varphi_2 \\ \dot{\varphi}_2 \end{pmatrix} = C_1 \begin{pmatrix} t^2 \\ 2t \end{pmatrix} + C_2 \begin{pmatrix} \frac{1}{t} \\ -\frac{1}{t^2} \end{pmatrix}, \quad t \in (0, \infty)$$

C_1, C_2 určíme z počátečních podmínek.