

Zadání

Část A

Pro funkce **jedné proměnné** $y = g(x)$ zadané v okolí bodu $[x_0, y_0]$ rovnicí

- určete první derivaci y' v bodě x_0 , ($y(x_0) = y_0$)
- napište rovnici tečny ke grafu funkce $y = f(x)$ v bodě dotyku $[x_0, y_0]$
- určete druhou derivaci y'' v bodě x_0 .
($y(x_0) = y_0$, $y'(x_0)$ z bodu 1)
- popište chování funkce v okolí bodu x_0 (rostoucí, klesající, konvexní, konkávní)
- načrtněte tečnu a graf funkce **v okolí zadaného bodu**
- určete Taylorův polynom 2. stupně pro funkci $y = g(x)$ v okolí bodu x_0 .

Část B

Pro funkce **dvou proměnných** $z = h(x, y)$ zadané v okolí bodu $[x_0, y_0, z_0]$ rovnicí

- určete parciální derivace 1. řádu v bodě $[x_0, y_0]$ ($z(x_0, y_0) = z_0$)
- napište rovnici tečné roviny ke grafu funkce $h(x, y)$ v bodě dotyku $[x_0, y_0, z_0]$ a parametrické rovnice normály,
- zapište gradient funkce $h(x, y)$ v bodě $[x_0, y_0]$,
- určete derivaci funkce $h(x, y)$ v libovolném rozumném (nenulovém) směru \vec{s} .

Zadané funkce

Část A

- $y = 2x \operatorname{arctg} \frac{y}{x}$, $[x_0, y_0] = [1, 0]$
- $(x^2 + y^2)^2 - 3x^2y - y^3 = 0$, $[x_0, y_0] = [0, 1]$
- $x^2 + y^2 + y^3 - xy - 2 = 0$ $[x_0, y_0] = [1, 1]$
- $x \sin y + \cos 2y = \cos y$, $[x_0, y_0] = [1, 0]$
- $xy + \ln y - 2 = 0$, $[x_0, y_0] = [2, 1]$
- $3^{xy} + y \ln 3 + x \ln 3 = \frac{1}{3}$, $[x_0, y_0] = [1, -1]$
- $x^2 \ln y = y^2 \ln x$, $[e, e]$
- $y^2 + e^{x+y} - x^3 = 1$, $[x_0, y_0] = [1, -1]$
- $\sin(xy) + 2x^2 - y^2 + 1 = 0$, $[x_0, y_0] = [0, 1]$

Část B

- $\frac{x}{z} = \ln \frac{z}{y} + 1$, $[x_0, y_0, z_0] = [1, 1, 1]$
- $z = x + \operatorname{arctg} \frac{y}{z-x} + 1$,
 $[x_0, y_0, z_0] = [1, 0, 2]$
- $z^3 - xz + y = 0$, $[x_0, y_0, z_0] = [3, -2, 2]$
- $e^{x^2y+2y^2z+3xz^2} = 1$, $[x_0, y_0, z_0] = [-1, 1, 1]$
- $\ln(x^2y^3 + z^4) = 4$, $[x_0, y_0, z_0] = [0, 0, e]$
- $\operatorname{arctg}(x+y) + \operatorname{arctg}(y+z) = x+y+z$
 $[x_0, y_0, z_0] = [1, 0, -1]$
- $x^2yz^3 + z^4 = x^3y^3 + 16$, $[3, 0, -2]$
- $\ln(xy + z^2) = 2$, $[x_0, y_0, z_0] = [0, 0, e]$
- $\ln(\cos(x^2 + y^2 + z^2)) = 5x + 3yz + 6z$,
 $[x_0, y_0, z_0] = [0, 0, 0]$