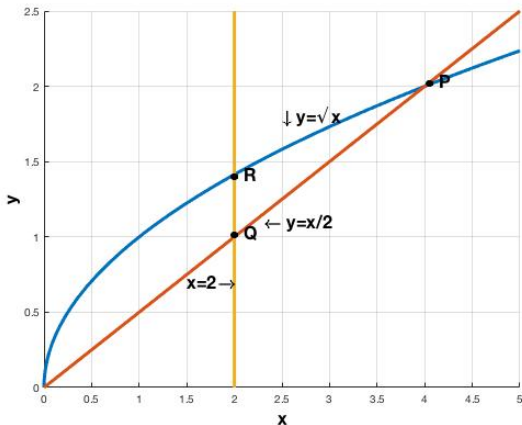


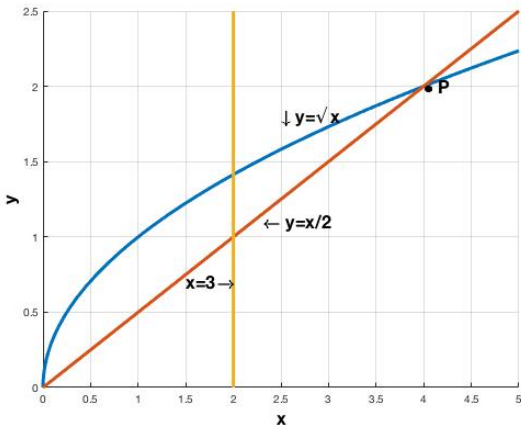
## Postup řešení dvojného integrálu

$$\iint_D xy \, dx dy, \text{ kde množina } D \text{ je ohraničená } y = \frac{1}{2}x, y = \sqrt{x}, x = 2, x \geq 2$$

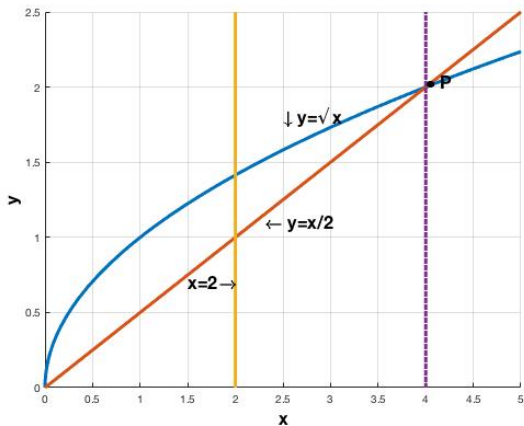
- Načrtne obrázek, hraniční křivky a jejich průsečíky



- Rozhodneme se, vzhledem k jaké ose zapíšeme obor integrace a určíme průsečíky:



- Pro  $EOI_x$  stačí  $P$ ,  $y = \sqrt{x} \wedge y = \frac{1}{2}x \wedge x \geq 2 \Rightarrow \mathbf{P} = [4, 2]$



- Zapišeme nerovnice a převedeme dvojný integrál na dvojnásobný.

$$D : \begin{matrix} 2 \leq x \leq 4 \\ \frac{x}{2} \leq y \leq \sqrt{x} \end{matrix} \Rightarrow \iint_D xy \, dx dy = \int_2^4 \left( \int_{x/2}^{\sqrt{x}} xy \, dy \right) dx$$

- Dvojnásobný integrál počítáme "zevnitř → ven", v tomto případě nejprve **integrujeme podle y**, vnější integrál pouze opíšeme,

$$\int_2^4 \left( \int_{x/2}^{\sqrt{x}} xy \, dy \right) dx = \int_2^4 \left( x \left[ \frac{y^2}{2} \right]_{x/2}^{\sqrt{x}} \right) dx$$

- **dosadíme meze** za y (vnější integrál pouze opíšeme) a **upravíme**.

$$\int_2^4 x \left[ \frac{y^2}{2} \right]_{x/2}^{\sqrt{x}} dx = \int_2^4 x \left( \frac{(\sqrt{x})^2 - (x/2)^2}{2} \right) dx = \int_2^4 \left( \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{8} \right) dx$$

- Dále **integrujeme podle x**.

$$\int_2^4 \left( \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{8} \right) dx = \left[ \frac{x^3}{6} - \frac{x^4}{32} \right]_2^4 = \left( \frac{4^3}{6} - \frac{4^4}{32} \right) - \left( \frac{2^3}{6} - \frac{2^4}{32} \right) = \underbrace{\dots}_{uff\dots} = \frac{11}{6}$$

- A je to.

## Další příklady

Elektronická sbírka

[https://mat.nipax.cz/\\_media/dvojny19\\_2.pdf](https://mat.nipax.cz/_media/dvojny19_2.pdf)

- Příklady 240-260: řešené
- Příklady 270-276: neřešené, ale s podrobnějšími výsledky
- Příklady 261-269: neřešené, s výsledkem