

Aplikace trojného integrálu

Aplikace trojrozměrného integrálu

- **Objem tělesa Ω :** $V = \iiint_{\Omega} \mathbf{1} \, dx dy dz$
- **Hmotnost tělesa** určeného oblastí Ω , jehož hustota v každém bodě $X(x, y, z)$ je dána funkcí $\rho = \rho(x, y, z)$, je určena vztahem

$$m = \iiint_{\Omega} \rho(x, y, z) \, dx dy dz$$

- **Statický moment** tělesa vzhledem k
 - rovině xy : $m_{xy} = \iiint_{\Omega} z \rho(x, y, z) \, dx dy dz$
 - rovině yz : $m_{yz} = \iiint_{\Omega} x \rho(x, y, z) \, dx dy dz$
 - rovině xz : $m_{xz} = \iiint_{\Omega} y \rho(x, y, z) \, dx dy dz$
- Souřadnice **těžiště** $T = (T_x, T_y, T_z)$ tělesa Ω jsou

$$T_x = \frac{m_{yz}}{m} \quad T_y = \frac{m_{xz}}{m} \quad T_z = \frac{m_{xy}}{m}$$

Moment setrvačnosti

- **Moment setrvačnosti** tělesa Ω vzhledem k

- rovině xy : $J_{xy} = \iiint_{\Omega} z^2 \rho(x, y, z) \, dx dy dz$

- rovině yz : $J_{yz} = \iiint_{\Omega} x^2 \rho(x, y, z) \, dx dy dz$

- rovině xz : $J_{xz} = \iiint_{\Omega} y^2 \rho(x, y, z) \, dx dy dz$

- **Moment setrvačnosti** tělesa Ω rotujícího kolem

- osy x : $J_x = \iiint_{\Omega} (y^2 + z^2) \rho(x, y, z) \, dx dy dz$

- osy y : $J_y = \iiint_{\Omega} (x^2 + z^2) \rho(x, y, z) \, dx dy dz$

- osy z : $J_z = \iiint_{\Omega} (x^2 + y^2) \rho(x, y, z) \, dx dy dz$

- **Moment setrvačnosti** tělesa Ω vzhledem k počátku

- $J_0 = \iiint_{\Omega} (x^2 + y^2 + z^2) \rho(x, y, z) \, dx dy dz$