

## Část A

- Určete integrační meze pro  $\iint_{\Omega} f(x, y) \, dx dy$  **jednodušším způsobem**, jestliže  $\Omega$  je

1. čtyřúhelník o stranách  $x = 1, x = 2, y = x, y = 2x$ .
2. trojúhelník o stranách  $x + 2y - 3 = 0, x - y = 1, x - 4 = 0$ .
3. trojúhelník o stranách  $y = 0, y = x - 2, y = -x - 2$ .
4. lichoběžník s vrcholy  $[1, 1], [3, 1], [2, 2], [1, 2]$ .
5. rovnoběžník s vrcholy  $[0, 1], [1, 3], [1, 6], [0, 4]$ .
6. ohraničena křivkami:  $y = 2x, y = \frac{1}{2}x, xy = 2$

- Zaměňte pořadí integrace:

$$7. \int_0^2 \int_{2x}^{6-x} f(x, y) \, dy \, dx$$

$$9. \int_{-1}^1 \int_0^{\sqrt{1-x^2}} f(x, y) \, dy \, dx$$

$$8. \int_0^1 \int_{x^3}^{\sqrt{x}} f(x, y) \, dy \, dx$$

$$10. \int_0^2 \int_0^{\sqrt{x}} f(x, y) \, dy \, dx$$

## Část B: Vypočtěte integrál

1.  $\iint_{\mathcal{D}} (x - 1) \, dx dy$ , kde  $\mathcal{D}$  je ohraničena:  $y = x, y = x^3$ .
2.  $\iint_{\mathcal{D}} x\sqrt{1+y^2} \, dx dy$ , kde  $\mathcal{D}$  je ohraničena:  $y = x^2, y = 4, x = 0, (x \geq 0)$ .
3.  $\iint_{\mathcal{D}} x^2 \, dx dy$ , kde  $\mathcal{D}$  je ohraničena:  $y = \frac{16}{x}, y = x, x = 8$ .
4.  $\iint_{\mathcal{D}} \frac{x^2}{y^2} \, dx dy$ , kde  $\mathcal{D}$  je určena nerovnicemi  $x \leq 3, y \leq 4x, y \geq \frac{1}{x}, (x \geq 0)$ .
5.  $\iint_{\mathcal{D}} ye^x \, dx dy$ , kde  $\mathcal{D}$  je určena:  $y^2 \leq x \leq y + 2$ .
6.  $\iint_{\mathcal{D}} (4 - y^2) \, dx \, dy$ , kde  $\mathcal{D}$  je ohraničena:  $y = 2, 2y = x^2$ .
7.  $\iint_{\mathcal{D}} (x^2 + y^2) \, dx \, dy$ , kde  $\mathcal{D}$  je ohraničena:  $x = 0, y = 0, x + y = 1$ .
8.  $\iint_{\mathcal{D}} y^2 \, dx \, dy$ , kde  $\mathcal{D}$  je ohraničena křivkami  $x = 0, y = 0, 2x + 3y = 12$ .
9.  $\iint_{\mathcal{D}} (x^2 + y) \, dx \, dy$ , kde  $\mathcal{D}$  je ohraničena:  $y = x^2, x = y^2$ .

**Část C: Vypočtete integrál na obdélníku**

1. 
$$\iint_D \frac{1}{(x+y+1)^2} dx dy \quad D = \{[x, y] : x \in \langle 0, 1 \rangle, y \in \langle 0, 1 \rangle\}$$

2. 
$$\iint_D \frac{y}{\sqrt{(1+x^2+y^2)^3}} dx dy \quad D = \{[x, y] : x \in \langle 0, 1 \rangle, y \in \langle 0, 1 \rangle\}$$

3. 
$$\iint_D x\sqrt{x^2+y} dx dy \quad D = \{[x, y] : x \in \langle 0, 1 \rangle, y \in \langle 0, 3 \rangle\}$$

4. 
$$\iint_D \frac{x}{(xy+1)^2} dx dy \quad D = \{[x, y] : x \in \langle 0, 1 \rangle, y \in \langle 0, 1 \rangle\}$$

5. 
$$\iint_D x^2 y \cos(xy^2) dx dy \quad D = \{[x, y] : x \in \langle 0, \frac{\pi}{2} \rangle, y \in \langle 0, 2 \rangle\}$$

6. 
$$\iint_D \cos(x+y) dx dy \quad D = \{[x, y] : x \in \langle -\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4} \rangle, y \in \langle 0, \frac{\pi}{4} \rangle\}$$

7. 
$$\iint_D \sin(2x+y) dx dy \quad D = \{[x, y] : x \in \langle 0, \pi \rangle, y \in \langle \frac{\pi}{4}, \pi \rangle\}$$

8. 
$$\iint_D r^2 \sin^2 \varphi dr d\varphi \quad D = \{[r, \varphi] : r \in \langle 0, a \rangle, \varphi \in \langle 0, 2\pi \rangle\}$$

9. 
$$\iint_D x^2 y e^{xy} dx dy \quad D = \{[x, y] : x \in \langle 0, 1 \rangle, y \in \langle 0, 2 \rangle\}$$