

Zadání

Část A: lokální extrémy funkce $z = f(x, y)$

1. Určete parciální derivace funkce $f(x, y)$ 1. řádu.
2. Určete stacionární body funkce $f(x, y)$.
3. Určete parciální derivace 2. řádu.
4. Pro každý stacionární bod vypočtěte determinant matice z druhých derivací ve stacionárním bodě a podle znaménka výsledku rozhodněte, má-li funkce ve stacionárním bodě extrém.
5. Pokud má funkce ve zkoumaném bodě extrém, určete, zda se jedná o lokální minimum nebo lokální maximum a vypočtěte hodnotu funkce v tomto bodě

Zadané funkce

Část A

1. $f(x, y) = (x^2 + 4x)y + y^2$
2. $f(x, y) = x^4 - 2x^2 + y^4 + 2y^2$
3. $f(x, y) = -x^4 - 2x^2 + y^4 - 2y^2$
4. $f(x, y) = x^4 + 2x^2 + y^4 - 2y^2$
5. $f(x, y) = \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 - 6x + \frac{1}{3}y^3 + \frac{1}{2}y^2 - 20y$
6. $f(x, y) = x^5 - 5x + y^3 - 3y$
7. $f(x, y) = 2x^3 + 2y^3 + x^2 - 4x - 24y$
8. $f(x, y) = \frac{1}{3}x^3 - xy^2 + 2y + 4$
9. $f(x, y) = e^{-x^2-y^2}(2y^2 + x^2)$

Část B: extrémy funkce $z = f(x, y)$ na množině M

1. Určete parciální derivace funkce $f(x, y)$ 1. řádu.
2. Určete stacionární body funkce $f(x, y)$ a rozhodněte, které leží v M .
3. Vyjádřete $f(x, y)$ na hranici M jako funkci jedné proměnné (např. $h(x)$ nebo $h(y)$).
4. Určete, ve kterých bodech je derivace h nulová.
5. Porovnejte hodnoty funkce $f(x, y)$ v "podezřelých" bodech a určete globální minimum a maximum.

Zadané funkce**Část B**

1. $f(x, y) = y^2 - x^2$, $M = \{[x, y] \in \mathbb{R}^2 \mid -2 \leq x \leq 2 \wedge y = 2x + 3\}$
2. $f(x, y) = (x - y)^2 + x^2$, M : čtverec $ABCD$: $A = [2, 0]$, $B = [0, 2]$, $C = [-2, 0]$, $D = [0, -2]$
3. $f(x, y) = -x^2 - y^2 + 2y$, $M = \{[x, y] \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 4\}$
4. $f(x, y) = -x^2 - y^2 + 2y$, M : čtverec $ABCD$: $A = [0, 0]$, $B = [-1, 0]$, $C = [-1, -1]$, $D = [0, -1]$
5. $f(x, y) = -x^2 - y^2 + 2y$, M : trojúhelník ABC : $A = [1, 4]$, $B = [-2, 1]$, $C = [0, -1]$
6. $f(x, y) = 5x - 3y + 1$, M : trojúhelník ABC : $A = [1, 4]$, $B = [-2, 1]$, $C = [0, -1]$
7. $f(x, y) = x^2 + y^2$, M : trojúhelník ABC : $A = [0, 0]$, $B = [2, 0]$, $C = [0, 1]$
8. $f(x, y) = x^2 - y$, M : čtverec $ABCD$: $A = [1, 1]$, $B = [3, 1]$, $C = [3, 3]$, $D = [1, 3]$
9. $f(x, y) = x^2 - xy + y^2$, $M = \{[x, y] \in \mathbb{R}^2 : |x| + |y| \leq 1\}$