

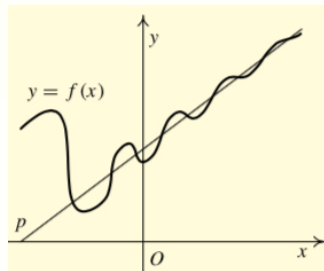
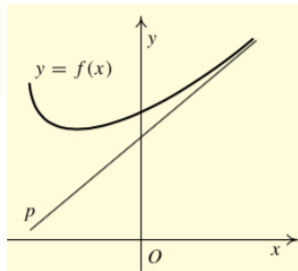
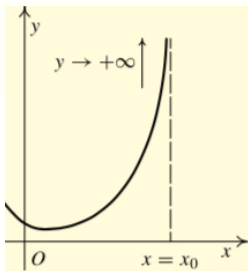
Asymptoty. Rovnice asymptot

- **svislá:** $x = x_0$ (přímka rovnoběžná s osou y),
pokud aspoň jedna jednostranná limita pro $x \rightarrow x_0$ je nevlastní, tj.
 $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = \pm\infty$ nebo $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = \pm\infty$

- **šikmá:** $y = kx + q$

Přímka $y = kx + q$ je asymptotou grafu funkce $f(x)$ v $+\infty$ právě tehdy, když $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x} = k \in \mathbb{R}$ a $\lim_{x \rightarrow \infty} (f(x) - kx) = q \in \mathbb{R}$.

Přímka $y = kx + q$ je asymptotou grafu funkce $f(x)$ v $-\infty$ právě tehdy, když $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} = k \in \mathbb{R}$ a $\lim_{x \rightarrow -\infty} (f(x) - kx) = q \in \mathbb{R}$.



Příklady: asymptoty

Příklad. $f(x) = \frac{1}{x^2}$, $\mathcal{D}(f) = (-\infty, 0) \cup (0, \infty)$

a) vslá

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x^2} = \infty.$$

Přímka $x = 0$ je vslou asymptotou grafu $f(x)$.

b) šikmá

$$k = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{1}{x^3} = 0, \quad q = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} (f(x) - kx) = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{1}{x^2} = 0$$

Přímka $y = 0$ je asymptotou grafu $f(x)$ v plus i minus nekonečnu.

Příklad. $f(x) = \frac{x}{2} + \frac{\sin 10x}{x}$, $\mathcal{D}(f) = (-\infty, 0) \cup (0, \infty)$

a) vslá $\lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{x}{2} + \frac{\sin 10x}{x} \right) = \lim_{x \rightarrow 0^-} \left(\frac{x}{2} + \frac{\sin 10x}{x} \right) = 10.$

Graf $f(x)$ nemá vslou asymptotu.

b) šikmá

$$k = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left(\frac{1}{2} + \frac{\sin 10x}{x^2} \right) = \frac{1}{2},$$

$$q = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} (f(x) - kx) = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{\sin 10x}{x} = 0$$

Přímka $y = \frac{1}{2}x$ je asymptotou grafu $f(x)$ v plus i minus nekonečnu.

