# Příklad I

Je dána soustava rovnic $A\vec{x} = \vec{b}$.

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & -2 \\ 3 & 0 & 5 \\ 1 & a & 3 \end{pmatrix} \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} 3 \\ a \\ 2a \end{pmatrix}$$

1. Určete počet řešení soustavy v závislosti na parametru $a \in \mathbb{R}$.
2. Rozhodněte, pro které $a \in \mathbb{R}$ je determinant matice A nulový, pro které nenulový.
3. Rozhodněte, pro které $a \in \mathbb{R}$ tvoří vektory - sloupce matice bázi $V(\mathbb{E}_3)$.
4. Zvolte $a = -4$ a pokud je to možné, vyjádřete vektor $\vec{b}$ jako lineární kombinaci sloupců matice $A$.

# Příklad II

1. Uveďte příklad funkce, která splňuje podmínku $f'(x_0) = 0$, ale nemá v tomto bodě lokální extrém.
   *Uveďte funkci $f$ a bod $x_0$.*
2. Nalezněte inflexní body a intervaly konvexnosti a konkávnosti dané funkce:

$$f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 36x + 4$$

# Příklad III

## Plocha

Vypočtěte obsah rovinného obrazce ohraničeného křivkami:

$$y = \ln^2 x, \quad y = \ln x$$

## Objem

Vypočtěte objem rotačního tělesa, které vznikne rotací rovinného obrazce ohraničeného zadanými křivkami kolem osy $x$:

$$x^2 + y^2 = 4, \quad x + y = 2$$

## Nevlastní integrál

Rozhodněte o konvergenci/divergenci nevlastního integrálu.
Odpověď zdůvodněte výpočtem.

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\operatorname{arctg}^2 x}{1 + x^2}\, \mathrm{d}x$$

**Výsledky bez zřetelného postupu výpočtu nebudou uznány!**

# Příklad I

Je dána soustava rovnic $A\vec{x} = \vec{b}$.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 3 \\ 1 & (2a-1) & (a+1) \end{pmatrix} \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1-a \end{pmatrix}$$

1. Určete počet řešení soustavy v závislosti na parametru $a \in \mathbb{R}$.
2. Rozhodněte, pro které $a \in \mathbb{R}$ je determinant matice A nulový, pro které nenulový.
3. Rozhodněte, pro které $a \in \mathbb{R}$ tvoří vektory - sloupce matice bázi $V(\mathbb{E}_3)$.
4. Zvolte $a = 1$ a pokud je to možné, vyjádřete vektor $\vec{b}$ jako lineární kombinaci sloupců matice $A$

# Příklad II

1. Uveďte příklad funkce, jejíž derivace v bodě $x_0$ neexistuje, ale má v tomto bodě lokální extrém.
   *Uveďte funkci $f$ a bod $x_0$.*
2. Nalezněte inflexní body a intervaly konvexnosti a konkávnosti dané funkce:

$$f(x) = e^{\frac{1}{x}}$$

# Příklad III

## Plocha

Vypočtěte obsah rovinného obrazce ohraničeného křivkami:

$$y = x^2, \quad y = \sqrt{x}$$

## Objem

Vypočtěte objem rotačního tělesa, které vznikne rotací rovinného obrazce ohraničeného zadanými křivkami kolem osy $x$:

$$y = \sqrt{\frac{x^2-1}{x-3}}, \quad y = 0, \quad |x| = 1$$

## Nevlastní integrál

Rozhodněte o konvergenci/divergenci nevlastního integrálu.
Odpověď zdůvodněte výpočtem.

$$\int_2^\infty \frac{1}{x\sqrt{x^2-4}}\,\mathrm{d}x$$

**Výsledky bez zřetelného postupu výpočtu nebudou uznány!**

# Příklad I

Je dána soustava rovnic $A\vec{x} = \vec{b}$.

$$A = \begin{pmatrix} a & 3 & 1 \\ 4 & -4 & a \\ 7 & 5 & 4 \end{pmatrix} \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

1. Určete počet řešení soustavy v závislosti na parametru $a \in \mathbb{R}$.
2. Rozhodněte, pro které $a \in \mathbb{R}$ je determinant matice A nulový, pro které nenulový.
3. Rozhodněte, pro které $a \in \mathbb{R}$ tvoří vektory - sloupce matice bázi $V(\mathbb{E}_3)$.
4. Pro všechny hodnoty parametru $a$, kdy má soustava **nenulové** řešení soustavu rovnic vyřešte.

# Příklad II

1. Uveďte příklad funkce s vlastností $f'(x_0) = 0$, $f''(x_0) = 0$, ale $x_0$ není inflexním bodem funkce $f$ . *Uveďte funkci $f$ a bod $x_0$.*
2. Nalezněte inflexní body a intervaly konvexnosti a konkávnosti dané funkce:

$$f(x) = \ln(1 + x^2)$$

# Příklad III

## Plocha

Vypočtěte obsah rovinného obrazce ohraničeného křivkami:

$$y = \frac{2}{1 + x^2}, \quad y = x^2$$

## Objem

Vypočtěte objem rotačního tělesa, které vznikne rotací rovinného obrazce ohraničeného zadanými křivkami kolem osy $x$:

$$y = 2^x, \quad 3x - 4y + 5 = 0$$

## Nevlastní integrál

Rozhodněte o konvergenci/divergenci nevlastního integrálu.
Odpověď zdůvodněte výpočtem.

$$\int_0^\infty x\mathrm{e}^{-x^2}\,\mathrm{d}x$$

**Výsledky bez zřetelného postupu výpočtu nebudou uznány!**

# Příklad I

Je dána soustava rovnic $A\vec{x} = \vec{b}$.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha & -1 \\ -2 & 1 & -1 \end{pmatrix} \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ \beta \\ 1 \end{pmatrix}$$

1. Určete počet řešení soustavy v závislosti na parametrech $\alpha, \beta \ \in \mathbb{R}$.
2. Rozhodněte, pro které $\alpha \in \mathbb{R}$ je determinant matice A nulový, pro které nenulový.
3. Rozhodněte, pro které $\alpha \in \mathbb{R}$ tvoří vektory - sloupce matice bázi $V(\mathbb{E}_3)$.
4. Zvolte vhodné hodnoty $\alpha$ a $\beta$ tak, aby vektor $\vec{b}$ bylo možné **jednoznačně** vyjádřit jako lineární kombinaci vektorů– sloupců matice $A$ a určete koeficienty této lineární kombinace.

# Příklad II

1. Uveďte příklad funkce, která splňuje podmínku $f'(x_0) = 0$, ale nemá v tomto bodě lokální extrém. *Uveďte funkci $f$ a bod $x_0$.*
2. Nalezněte inflexní body a intervaly konvexnosti a konkávnosti dané funkce:

$$f(x) = x \cdot (1-x)^2$$

# Příklad III

## Příklad 1: Plocha

Vypočtěte obsah rovinného obrazce ohraničeného křivkami:

$$y = 2^x, \quad x = -1, \quad x = 0, \quad y = 0$$

## Příklad 2: Objem

Vypočtěte objem rotačního tělesa, které vznikne rotací rovinného obrazce ohraničeného zadanými křivkami kolem osy $x$:

$$xy = 4, \quad y = 0, \quad x = 1, \quad x = 4$$

## Příklad 3: Nevlastní integrál

Rozhodněte o konvergenci/divergenci nevlastního integrálu.
Odpověď zdůvodněte výpočtem.

$$\int_0^1 \frac{1}{\sqrt[5]{x^3}} \, \mathrm{d}x$$

**Výsledky bez zřetelného postupu výpočtu nebudou uznány!**

# Příklad I

Je dána soustava rovnic $A\vec{x} = \vec{b}$.

$$A = \begin{pmatrix} \alpha & 1 & 1 \\ -2 & -2\alpha & -2 \\ 1 & 1 & \alpha \end{pmatrix} \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} \beta \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

1. Určete počet řešení soustavy v závislosti na parametrech $\alpha, \beta \ \in \mathbb{R}$.
2. Rozhodněte, pro které $\alpha \in \mathbb{R}$ je determinant matice A nulový, pro které nenulový.
3. Rozhodněte, pro které $\alpha \in \mathbb{R}$ tvoří vektory - sloupce matice bázi $V(\mathbb{E}_3)$.
4. Zvolte vhodné hodnoty $\alpha$ a $\beta$ tak, aby vektor $\vec{b}$ bylo možné **jednoznačně** vyjádřit jako lineární kombinaci vektorů– sloupců matice $A$ a určete koeficienty této lineární kombinace.

# Příklad II

1. Uveďte příklad funkce, jejíž derivace v bodě $x_0$ neexistuje, ale má v tomto bodě lokální extrém. *Uveďte funkci $f$ a bod $x_0$.*
2. Nalezněte inflexní body a intervaly konvexnosti a konkávnosti dané funkce:

$$y = \frac{x^3}{x^2 + 27}$$

# Příklad III

## Plocha

Vypočtěte obsah rovinného obrazce ohraničeného křivkami:

$$y = e^x, \quad y = e^{-x}, \quad x = \ln 2$$

## Objem

Vypočtěte objem rotačního tělesa, které vznikne rotací rovinného obrazce ohraničeného zadanými křivkami kolem osy $y$:

$$y = \ln x, \quad y = 0, \quad y = 1, \quad x = 0$$

## Nevlastní integrál

Rozhodněte o konvergenci/divergenci nevlastního integrálu.
Odpověď zdůvodněte výpočtem.

$$\int_{-8}^{27} \frac{1}{\sqrt[3]{x}} \, \mathrm{d}x$$

$\boxed{\textbf{Výsledky bez zřetelného postupu výpočtu nebudou uznány!}}$

# Příklad I

Je dána soustava rovnic $A\vec{x} = \vec{b}$.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -2 & 3 & \alpha \\ 4 & -3 & 1 \end{pmatrix} \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ \beta \end{pmatrix}$$

1. Určete počet řešení soustavy v závislosti na parametrech $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$.
2. Rozhodněte, pro které $\alpha \in \mathbb{R}$ je determinant matice A nulový, pro které nenulový.
3. Rozhodněte, pro které $\alpha \in \mathbb{R}$ tvoří vektory - sloupce matice bázi $V(\mathbb{E}_3)$.
4. Zvolte vhodné hodnoty $\alpha$ a $\beta$ tak, aby vektor $\vec{b}$ bylo možné **jednoznačně** vyjádřit jako lineární kombinaci vektorů– sloupců matice $A$ a určete koeficienty této lineární kombinace.

# Příklad II

1. Uveďte příklad funkce s vlastností $f'(x_0) = 0$, $f''(x_0) = 0$, ale $x_0$ není inflexním bodem funkce $f$ . *Uveďte funkci $f$ a bod $x_0$.*
2. Nalezněte inflexní body a intervaly konvexnosti a konkávnosti dané funkce:

$$f(x) = y + \sqrt[3]{x^5}$$

# Příklad III

## Plocha

Vypočtěte obsah rovinného obrazce ohraničeného křivkami:

$$xy = 4, \quad x + y = 5$$

## Objem

Vypočtěte objem rotačního tělesa, které vznikne rotací rovinného obrazce ohraničeného zadanými křivkami kolem osy $y$:

$$4y = x^2, \quad 4x = y^2$$

## Nevlastní integrál

Rozhodněte o konvergenci/divergenci nevlastního integrálu.
Odpověď zdůvodněte výpočtem.

$$\int_0^2 \frac{1}{x^2 - 4x + 3} \, \mathrm{d}x$$

**Výsledky bez zřetelného postupu výpočtu nebudou uznány!**

# Příklad I

Je dána soustava rovnic $A\vec{x} = \vec{b}$.

$$A = \begin{pmatrix} a & a & a+1 \\ a & a & a-1 \\ (a+1) & a & 2a+3 \end{pmatrix} \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ \beta \\ 1 \end{pmatrix}$$

1. Určete počet řešení soustavy v závislosti na parametrech $a, \beta \in \mathbb{R}$.
2. Rozhodněte, pro které $a \in \mathbb{R}$ je determinant matice A nulový,
   pro které nenulový.
3. Rozhodněte, pro které $a \in \mathbb{R}$ tvoří vektory - sloupce matice bázi $V(\mathbb{E}_3)$.
4. Zvolte vhodné hodnoty $a$ a $\beta$ tak, aby vektor $\vec{b}$ bylo možné **jednoznačně** vyjádřit jako lineární kombinaci vektorů– sloupců matice $A$ a určete koeficienty této lineární kombinace.

# Příklad II

1. Uveďte příklad funkce, která splňuje podmínku $f'(x_0) = 0$, ale nemá v tomto bodě lokální extrém.
   *Uveďte funkci $f$ a bod $x_0$.*
2. Nalezněte inflexní body a intervaly konvexnosti a konkávnosti dané funkce:

$$f(x) = \ln \frac{1+x}{1-x}$$

# Příklad III

## Plocha

Vypočtěte obsah rovinného obrazce ohraničeného křivkami:

$$y = 2x^3, \quad y = \frac{2}{x}, \quad x - y = 1, \quad x \geq 0$$

## Objem

Vypočtěte objem rotačního tělesa, které vznikne rotací rovinného obrazce ohraničeného zadanými křivkami kolem osy $x$:

$$y = \frac{1}{\cos x}, \quad x \in \langle 0, \frac{\pi}{4} \rangle$$

## Nevlastní integrál

Rozhodněte o konvergenci/divergenci nevlastního integrálu.
Odpověď zdůvodněte výpočtem.

$$\int_0^1 \ln x \; \mathrm{d}x$$

**Výsledky bez zřetelného postupu výpočtu nebudou uznány!**